MATEMATICA

Scheda 03

Proporzioni e percentuali

rapporti, proporzionalità e problemi

Teoria | Esempi | Esercizi | Soluzioni

Una guida chiara per imparare a calcolare e interpretare rapporti, riconoscere e risolvere proporzioni, distinguere proporzionalità diretta e inversa e usare con sicurezza le percentuali: calcolo della parte, del totale e della percentuale, sconti, aumenti, variazioni percentuali e percentuali successive.

Indice

1 Il rapporto tra due grandezze **2**
- 1.1 Rapporti tra grandezze omogenee . . . 2
- 1.2 Rapporti tra grandezze non omogenee . . . 2

2 Le proporzioni **2**
- 2.1 Proprietà fondamentale . . . 3

3 Calcolare il termine incognito **3**
- 3.1 Incognito estremo . . . 3
- 3.2 Incognito medio . . . 4
- 3.3 Proporzioni con espressioni . . . 4

4 Proprietà delle proporzioni **4**
- 4.1 Invertire . . . 4
- 4.2 Permutare . . . 4
- 4.3 Comporre e scomporre . . . 5

5 Proporzionalità diretta **5**
- 5.1 Tabella e riconoscimento . . . 5
- 5.2 Il grafico . . . 5

6 Proporzionalità inversa **6**
- 6.1 Tabella e grafico . . . 6

7 Come riconoscere il tipo di proporzionalità **7**

8 Percentuali **7**
- 8.1 1. Calcolare una percentuale di una quantità . . . 7
- 8.2 2. Trovare quale percentuale rappresenta una parte . . . 8
- 8.3 3. Trovare il totale conoscendo una percentuale . . . 8
- 8.4 I tre problemi fondamentali . . . 9
- 8.5 Aumenti percentuali . . . 9
- 8.6 Diminuzioni percentuali e sconti . . . 9
- 8.7 Variazione percentuale . . . 10
- 8.8 Percentuali successive . . . 11

9 Metodo generale per i problemi **11**

10 Applicazioni alla fisica **12**
- 10.1 Velocità a tempo costante . . . 12
- 10.2 Tempo di percorrenza a distanza costante . . . 12
- 10.3 Forza elastica . . . 12
- 10.4 Densità . . . 12

11 Errori comuni **12**

12 Esercizi **13**

13 Soluzioni **15**

14 Mappa riassuntiva **17**

1 Il rapporto tra due grandezze

Un **rapporto** confronta due quantità mediante una divisione. Se a e b sono numeri e $b \neq 0$, il rapporto tra a e b è

$$\frac{a}{b} \qquad \text{oppure} \qquad a : b.$$

Il primo termine si chiama **antecedente**, il secondo **conseguente**.

Esempio

In una classe ci sono 12 ragazze e 8 ragazzi. Il rapporto tra ragazze e ragazzi è

$$12 : 8 = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}.$$

Ciò significa che, mantenendo la stessa composizione, ogni 3 ragazze ci sono 2 ragazzi.

1.1 Rapporti tra grandezze omogenee

Se le grandezze hanno la stessa unità di misura, prima si esprimono nella stessa unità e poi si divide. Il risultato è un numero puro.

Esempio

Il rapporto tra 2 m e 50 cm non è 2/50. Convertiamo:

$$2\,\text{m} = 200\,\text{cm}, \qquad \frac{200}{50} = 4.$$

La prima lunghezza è quattro volte la seconda.

1.2 Rapporti tra grandezze non omogenee

Dividendo grandezze diverse si ottiene una nuova grandezza. Per esempio:

$$\frac{\text{spazio}}{\text{tempo}} = \text{velocità}, \qquad \frac{\text{massa}}{\text{volume}} = \text{densità}.$$

In questi casi anche le unità di misura vengono divise.

Ricorda

Un rapporto non è sempre soltanto un numero: può rappresentare una vera grandezza fisica, come velocità, densità, pressione o concentrazione.

2 Le proporzioni

Una **proporzione** è un'uguaglianza tra due rapporti:

$$a : b = c : d \qquad \text{oppure} \qquad \frac{a}{b} = \frac{c}{d},$$

con $b \neq 0$ e $d \neq 0$.

I termini a e d sono gli **estremi**; b e c sono i **medi**.

$$\underbrace{a}_{\text{estremo}} : \underbrace{b = c}_{\text{medi}} : \underbrace{d}_{\text{estremo}}$$

2.1 Proprietà fondamentale

In ogni proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi:

$$\boxed{a \cdot d = b \cdot c}.$$

Viceversa, se $b \neq 0$ e $d \neq 0$ e vale

$$ad = bc,$$

allora

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Esempio

Verifichiamo se $6 : 9 = 10 : 15$ è una proporzione:

$$6 \cdot 15 = 90, \qquad 9 \cdot 10 = 90.$$

I prodotti sono uguali, quindi la proporzione è vera.

Attenzione

Non si confrontano i prodotti "in orizzontale". Nella proporzione $a : b = c : d$ si confrontano $a \cdot d$ e $b \cdot c$.

3 Calcolare il termine incognito

La proprietà fondamentale permette di trovare un termine mancante.

3.1 Incognito estremo

Se

$$x : b = c : d,$$

allora

$$xd = bc \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = \frac{bc}{d}}.$$

Esempio

$$x : 12 = 5 : 3.$$

Prodotto dei medi uguale al prodotto degli estremi:

$$3x = 12 \cdot 5 = 60,$$

quindi

$$\boxed{x = 20}.$$

Verifica: $20/12 = 5/3$.

3.2 Incognito medio

Se

$$a : x = c : d,$$

allora

$$ad = xc \quad \Longrightarrow \quad \boxed{x = \frac{ad}{c}}.$$

Esempio

$$8 : x = 4 : 7.$$

$$8 \cdot 7 = 4x \quad \Longrightarrow \quad x = 14.$$

3.3 Proporzioni con espressioni

Quando un termine contiene un'espressione, dopo il prodotto incrociato si risolve l'equazione ottenuta.

Esempio

$$\frac{x+2}{5} = \frac{4}{3}.$$

Moltiplichiamo in croce:

$$3(x+2) = 20.$$

Quindi

$$3x + 6 = 20, \qquad 3x = 14,$$

$$\boxed{x = \frac{14}{3}}.$$

4 Proprietà delle proporzioni

Dalla proporzione $a : b = c : d$ si possono ottenere altre proporzioni equivalenti.

4.1 Invertire

Se $a \neq 0$ e $c \neq 0$, si può invertire, scambiando ogni antecedente con il proprio conseguente:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Longrightarrow \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c}.$$

4.2 Permutare

Se $c \neq 0$, scambiando i medi:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Longrightarrow \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}.$$

Se $a \neq 0$, scambiando gli estremi:

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a}.$$

4.3 Comporre e scomporre

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Longrightarrow \quad \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}, \qquad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}.$$

Queste proprietà sono utili in algebra, ma per trovare un termine incognito il metodo più diretto resta il prodotto incrociato.

5 Proporzionalità diretta

Due grandezze x e y sono **direttamente proporzionali** se esiste una costante k tale che

$$\boxed{y = kx}.$$

Per ogni $x \neq 0$ si ha quindi

$$\frac{y}{x} = k.$$

Il numero k è la **costante di proporzionalità**.

Se x raddoppia, anche y raddoppia; se x triplica, y triplica; se x si dimezza, anche y si dimezza.

Esempio

Un quaderno costa 2,50 €. Indicando con n il numero di quaderni e con C il costo totale:

$$C = 2{,}50n.$$

La costante di proporzionalità è $k = 2{,}50\,€/\text{quaderno}$.

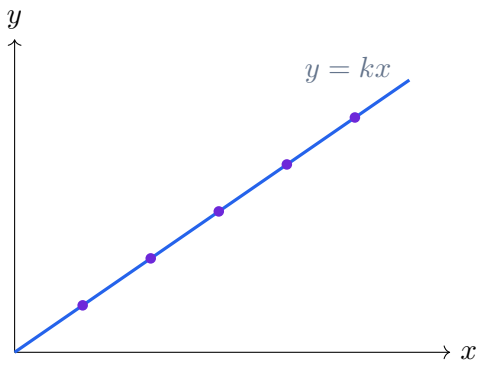
5.1 Tabella e riconoscimento

x	1	2	3	4	5
y	3	6	9	12	15

Il rapporto y/x vale sempre 3, quindi $y = 3x$.

5.2 Il grafico

Il grafico di una proporzionalità diretta è una retta che passa per l'origine. La sua pendenza dipende da k.



Attenzione

Una relazione lineare $y = mx + q$ non è sempre una proporzionalità diretta. Lo è soltanto quando $q = 0$, cioè quando il grafico passa per l'origine.

6 Proporzionalità inversa

Due grandezze x e y sono **inversamente proporzionali** se il loro prodotto è costante:

$$xy = k, \qquad k \neq 0,$$

cioè

$$\boxed{y = \frac{k}{x}}, \qquad x \neq 0.$$

Se x raddoppia, y si dimezza; se x triplica, y diventa un terzo.

Esempio

Per percorrere una distanza fissa di 120 km, il tempo t dipende dalla velocità media v secondo

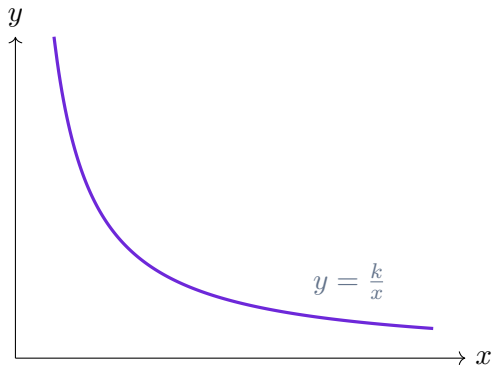
$$t = \frac{120}{v}.$$

Se $v = 60\,\text{km/h}$, $t = 2\,\text{h}$; se $v = 80\,\text{km/h}$, $t = 1{,}5\,\text{h}$.

6.1 Tabella e grafico

x	1	2	3	4	6
y	12	6	4	3	2

Il prodotto xy vale sempre 12.



Per grandezze positive si osserva il ramo dell'iperbole nel primo quadrante. Considerando tutti i valori reali ammessi, il grafico di $y = k/x$ è un'iperbole con due rami.

7 Come riconoscere il tipo di proporzionalità

	Diretta	Inversa
Relazione	$y = kx$	$y = k/x$
Quantità costante	y/x	xy
Se x raddoppia	y raddoppia	y si dimezza
Grafico	retta per l'origine	iperbole
Esempio	costo e quantità	velocità e tempo a distanza fissa

Ricorda

Non basta osservare che una grandezza cresce mentre cresce l'altra. Per parlare di proporzionalità diretta il rapporto deve essere costante. Analogamente, nella proporzionalità inversa deve essere costante il prodotto.

8 Percentuali

Una **percentuale** esprime una quantità come frazione di 100. Il simbolo % significa infatti "su cento":

$$p\% = \frac{p}{100}.$$

Per esempio,

$$25\% = \frac{25}{100} = 0{,}25, \qquad 7\% = \frac{7}{100} = 0{,}07, \qquad 125\% = \frac{125}{100} = 1{,}25.$$

Una percentuale può quindi essere minore, uguale o maggiore del 100%.

Ricorda

Quando si lavora con le percentuali è utile distinguere sempre tre quantità:
- il **totale** o valore di riferimento Q;
- la **percentuale** $p\%$;
- la **parte** V corrispondente a quella percentuale.

Queste quantità sono legate dalla relazione

$$\boxed{V = Q\frac{p}{100}}.$$

8.1 1. Calcolare una percentuale di una quantità

Se conosciamo il totale Q e vogliamo trovare il $p\%$ di Q, trasformiamo la percentuale in una frazione o in un numero decimale e moltiplichiamo:

$$\boxed{V = Q\frac{p}{100}}.$$

Esempio

Calcoliamo il 18% di 250:

$$V = 250 \cdot \frac{18}{100} = 250 \cdot 0{,}18 = \boxed{45}.$$

Quindi 45 rappresenta il 18% di 250.

Esempio

In una scuola ci sono 600 studenti e il 35% frequenta il biennio. Quanti sono?

$$600 \cdot \frac{35}{100} = 600 \cdot 0{,}35 = \boxed{210}.$$

8.2 2. Trovare quale percentuale rappresenta una parte

Se conosciamo una parte V e il totale Q, dividiamo la parte per il totale e moltiplichiamo per 100:

$$\boxed{p = \frac{V}{Q} \cdot 100}.$$

Il valore ottenuto è la percentuale.

Esempio

24 studenti su 30 superano una prova. La percentuale di studenti che ha superato la prova è

$$\frac{24}{30} \cdot 100 = 0{,}8 \cdot 100 = \boxed{80\%}.$$

Attenzione

Nella formula $\frac{V}{Q} \cdot 100$, al denominatore deve esserci il **totale di riferimento**. Invertire parte e totale porta a un risultato sbagliato.

8.3 3. Trovare il totale conoscendo una percentuale

Se sappiamo che il $p\%$ di un totale Q vale V, partiamo da

$$V = Q\frac{p}{100}$$

e ricaviamo

$$\boxed{Q = \frac{100V}{p}}, \qquad p \neq 0.$$

Esempio

Il 30% di una quantità vale 72. Qual è il totale?

$$Q = \frac{100 \cdot 72}{30} = \boxed{240}.$$

Verifica:

$$30\% \text{ di } 240 = 0{,}30 \cdot 240 = 72.$$

8.4 I tre problemi fondamentali

Conosco	Cerco	Calcolo
Totale Q e percentuale $p\%$	Parte V	$V = Q\dfrac{p}{100}$
Parte V e totale Q	Percentuale $p\%$	$p = \dfrac{V}{Q} \cdot 100$
Parte V e percentuale $p\%$	Totale Q	$Q = \dfrac{100V}{p}$

Ricorda

Prima di scegliere una formula, chiediti: **qual è il totale? qual è la parte? qual è la percentuale?** Identificare correttamente queste tre quantità evita quasi tutti gli errori.

8.5 Aumenti percentuali

Aumentare una quantità Q del $p\%$ significa aggiungere a Q il $p\%$ di Q:

$$Q_{\text{f}} = Q + Q\frac{p}{100}.$$

Raccogliendo Q:

$$\boxed{Q_{\text{f}} = Q\left(1 + \frac{p}{100}\right)}.$$

Il numero

$$1 + \frac{p}{100}$$

è il **fattore moltiplicativo** dell'aumento.

Esempio

Uno stipendio di $1500\,€$ aumenta del 6%.
Prima calcoliamo l'aumento:

$$1500 \cdot 0{,}06 = 90\,€.$$

Poi lo aggiungiamo al valore iniziale:

$$1500\,€ + 90\,€ = \boxed{1590\,€}.$$

Equivalentemente, con il fattore moltiplicativo:

$$1500 \cdot 1{,}06 = 1590\,€.$$

8.6 Diminuzioni percentuali e sconti

Diminuire una quantità Q del $p\%$ significa sottrarre da Q il $p\%$ di Q:

$$Q_{\text{f}} = Q - Q\frac{p}{100} = \boxed{Q\left(1 - \frac{p}{100}\right)}.$$

Esempio

Un articolo costa 80 € e viene scontato del 25%.
Metodo ragionato:

$$25\% \text{ di } 80\,€ = 80 \cdot 0{,}25 = 20\,€.$$

Quindi

$$80\,€ - 20\,€ = \boxed{60\,€}.$$

Metodo rapido: dopo uno sconto del 25% resta il 75% del prezzo iniziale:

$$80 \cdot 0{,}75 = \boxed{60\,€}.$$

Ricorda

Uno sconto del $p\%$ lascia il $(100 - p)\%$ del valore iniziale. Per esempio, uno sconto del 30% significa pagare il 70% del prezzo iniziale, cioè moltiplicare per 0,70.

8.7 Variazione percentuale

Quando vogliamo confrontare un valore iniziale Q_i con un valore finale Q_f, calcoliamo prima la variazione assoluta:

$$\Delta Q = Q_f - Q_i.$$

La **variazione percentuale** è la variazione rapportata al valore iniziale:

$$\boxed{\text{variazione percentuale} = \frac{Q_f - Q_i}{Q_i} \cdot 100}.$$

Se il risultato è positivo si ha un aumento; se è negativo si ha una diminuzione.

Esempio

Un prezzo passa da 200 € a 230 €. La variazione assoluta è

$$230 - 200 = 30\,€.$$

Rispetto al prezzo iniziale:

$$\frac{30}{200} \cdot 100 = \boxed{15\%}.$$

Il prezzo è quindi aumentato del 15%.

Esempio

Un prezzo passa da 250 € a 200 €:

$$\frac{200 - 250}{250} \cdot 100 = \frac{-50}{250} \cdot 100 = \boxed{-20\%}.$$

Il segno negativo indica una diminuzione del 20%.

8.8 Percentuali successive

Quando vengono applicate più variazioni percentuali una dopo l'altra, ogni percentuale agisce sul **valore ottenuto nel passaggio precedente**. Per questo, in generale, le percentuali successive non si possono semplicemente sommare o sottrarre.

Esempio

Un valore di 100 aumenta del 20% e poi diminuisce del 20%.
Dopo l'aumento:

$$100 \cdot 1{,}20 = 120.$$

La diminuzione del 20% viene ora calcolata su 120:

$$120 \cdot 0{,}80 = 96.$$

Quindi

$$\boxed{100 \longrightarrow 120 \longrightarrow 96}.$$

La variazione complessiva è

$$\frac{96 - 100}{100} \cdot 100 = -4\%.$$

Un aumento del 20% seguito da una diminuzione del 20% produce quindi, in questo caso, una diminuzione complessiva del 4%.

In generale, per variazioni successive si moltiplicano i rispettivi fattori. Per esempio, un aumento del 10% seguito da uno sconto del 15% corrisponde al fattore complessivo

$$1{,}10 \cdot 0{,}85 = 0{,}935.$$

Il valore finale è quindi il 93,5% di quello iniziale, cioè la diminuzione complessiva è del 6,5%.

Attenzione

Percentuali uguali ma di segno opposto non si annullano necessariamente, perché vengono applicate a **basi diverse**. Il 20% di 100 vale 20, mentre il 20% di 120 vale 24.

9 Metodo generale per i problemi

1. Identifica le grandezze e le relative unità di misura.
2. Chiediti cosa resta costante.
3. Stabilisci se la relazione è diretta, inversa oppure non proporzionale.
4. Scrivi la legge o la proporzione con le grandezze corrispondenti nello stesso ordine.
5. Risolvi l'equazione e indica l'unità di misura.
6. Controlla il risultato: se una grandezza aumenta, l'altra dovrebbe aumentare o diminuire?

10 Applicazioni alla fisica

10.1 Velocità a tempo costante

Dalla legge $s = vt$, se il tempo è fissato, lo spazio è direttamente proporzionale alla velocità:

$$s \propto v.$$

10.2 Tempo di percorrenza a distanza costante

Dalla stessa legge:

$$t = \frac{s}{v}.$$

A distanza fissata, tempo e velocità sono inversamente proporzionali.

10.3 Forza elastica

La legge di Hooke

$$F = k\Delta l$$

mostra che, finché la molla resta nel campo elastico, la forza è direttamente proporzionale all'allungamento.

10.4 Densità

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

A densità costante, massa e volume sono direttamente proporzionali:

$$m = \rho V.$$

A massa costante, densità e volume sono inversamente proporzionali.

Curiosità

Molte leggi scientifiche si riconoscono proprio dalla forma matematica. Una retta passante per l'origine segnala spesso una proporzionalità diretta; un'iperbole segnala spesso una proporzionalità inversa. Il grafico non è decorazione: racconta la legge fisica.

11 Errori comuni

Attenzione

Errore 1: confondere rapporto e differenza. Dire che 12 è 4 più di 8 non equivale a dire che è $12/8 = 1{,}5$ volte 8.
Errore 2: non uniformare le unità di misura prima di costruire un rapporto.
Errore 3: usare automaticamente la proporzionalità diretta. Se una grandezza aumenta mentre l'altra diminuisce, potrebbe esserci una proporzionalità inversa.
Errore 4: credere che ogni retta rappresenti una proporzionalità diretta. Deve passare per l'origine.
Errore 5: sommare o sottrarre percentuali applicate in successione senza considerare la nuova base.

12 Esercizi

Esercizio

Facile **1. Rapporti**
Semplifica i rapporti: a) $18 : 24$; b) $2{,}5\,\text{m} : 50\,\text{cm}$; c) $45\,\text{min} : 1{,}5\,\text{h}$.

Esercizio

Facile **2. Verifica**
Stabilisci quali uguaglianze sono proporzioni: a) $4 : 6 = 10 : 15$; b) $7 : 14 = 4 : 9$; c) $1{,}2 : 3 = 2 : 5$.

Esercizio

Facile **3. Termine incognito**
Risolvi: a) $x : 18 = 4 : 6$; b) $15 : x = 5 : 8$; c) $\frac{x-1}{6} = \frac{3}{4}$.

Esercizio

Facile **4. Proporzionalità diretta**
Completa la tabella sapendo che $y = 2{,}5x$ per $x = 0, 2, 4, 7, 10$.

Esercizio

Facile **5. Proporzionalità inversa**
Completa la tabella sapendo che $xy = 36$ per $x = 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12$.

Esercizio

Medio **6. Spesa**
Quattro confezioni costano $13{,}20\,€$. Quanto costano 7 confezioni, a prezzo unitario costante?

Esercizio

Medio **7. Lavoro**
Cinque pompe identiche svuotano una vasca in 8 ore. In quanto tempo la svuoterebbero 10 pompe, assumendo una proporzionalità inversa ideale?

Esercizio

Medio **8. Percentuali**
Calcola: a) il 15% di 360; b) quale percentuale è 42 di 120; c) il totale di cui 84 rappresenta il 35%; d) la variazione percentuale da 160 a 184.

Esercizio

Medio **9. Sconto e aumento**
Un prodotto costa 240 €. Viene prima scontato del 20% e poi sul prezzo scontato viene applicato un aumento del 10%. Trova il prezzo finale e la variazione percentuale complessiva rispetto al prezzo iniziale.

Esercizio

Medio **10. Prezzo iniziale**
Dopo uno sconto del 20%, un paio di scarpe costa 72 €. Qual era il prezzo iniziale?

Esercizio

Medio **11. Velocità**
Un'automobile percorre 180 km a velocità media costante. Calcola il tempo necessario a 60 km/h, 90 km/h e 120 km/h. Verifica che vt sia costante.

Esercizio

Difficile **12. Molla**
Una molla si allunga di 3,0 cm sotto una forza di 7,5 N. Supponendo valida la legge di Hooke, determina la costante elastica in N/m e l'allungamento prodotto da 12 N.

Esercizio

Difficile **13. Analisi di dati**
Le coppie (x, y) sono $(2, 18)$, $(3, 12)$, $(4, 9)$, $(6, 6)$. Stabilisci il tipo di proporzionalità, determina la costante e prevedi y per $x = 8$.

Esercizio

Difficile **14. Percentuali successive**
Una popolazione aumenta del 12% in un anno e diminuisce del 10% l'anno successivo. Partendo da 50 000 individui, calcola il valore finale e la variazione percentuale complessiva.

Esercizio

Difficile **15. Problema misto**
Per preparare 6 porzioni servono 450 g di farina. La ricetta viene adattata a 14 porzioni e poi la quantità di farina viene ridotta dell'8%. Quanti grammi di farina occorrono?

13 Soluzioni

1. Rapporti

a) $18 : 24 = 3 : 4$. b) $2{,}5\,\text{m} = 250\,\text{cm}$, quindi $250 : 50 = 5 : 1$. c) $1{,}5\,\text{h} = 90\,\text{min}$, quindi $45 : 90 = 1 : 2$.

2. Verifica

a) $4 \cdot 15 = 60$ e $6 \cdot 10 = 60$: vera. b) $7 \cdot 9 = 63$ e $14 \cdot 4 = 56$: falsa. c) $1{,}2 \cdot 5 = 6$ e $3 \cdot 2 = 6$: vera.

3. Termine incognito

a) $6x = 18 \cdot 4$, quindi $x = 12$. b) $15 \cdot 8 = 5x$, quindi $x = 24$. c) $4(x - 1) = 18$, quindi $x - 1 = 4{,}5$ e $\boxed{x = 5{,}5}$.

4. Proporzionalità diretta

Per $x = 0, 2, 4, 7, 10$ si ottiene $y = 0, 5, 10, 17{,}5, 25$.

5. Proporzionalità inversa

$y = 36/x$: per $x = 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12$ si ottiene $y = 36, 18, 12, 9, 6, 4, 3$.

6. Spesa

Prezzo unitario: $13{,}20/4 = 3{,}30\,€$. Per 7 confezioni:

$$7 \cdot 3{,}30 = \boxed{23{,}10\,€}.$$

7. Lavoro

Il prodotto numero di pompe $\times$ tempo resta costante:

$$5 \cdot 8 = 10t \quad \Longrightarrow \quad \boxed{t = 4\,\text{h}}.$$

8. Percentuali

a) $0{,}15 \cdot 360 = 54$. b) $42/120 \cdot 100 = 35\%$. c) $0{,}35Q = 84$, quindi $Q = 240$. d) La variazione è $184 - 160 = 24$, quindi

$$\frac{24}{160} \cdot 100 = \boxed{15\%}.$$

9. Sconto e aumento

Dopo lo sconto:

$$240 \cdot 0{,}80 = 192\,€.$$

Dopo l'aumento:

$$192 \cdot 1{,}10 = \boxed{211{,}20\,€}.$$

La variazione è $211{,}20 - 240 = -28{,}80\,€$, cioè

$$\frac{-28{,}80}{240} \cdot 100 = \boxed{-12\%}.$$

10. Prezzo iniziale

Dopo uno sconto del 20% rimane l'80% del prezzo iniziale.

Indicando con P il prezzo iniziale:

$$0{,}80P = 72.$$

Quindi

$$P = \frac{72}{0{,}80} = \boxed{90\,€}.$$

Il prezzo iniziale era quindi 90 €.

Verifica:

$$20\% \text{ di } 90\,€ = 18\,€,$$
$$90\,€ - 18\,€ = 72\,€.$$

11. Velocità

$$t = \frac{s}{v}.$$

A 60 km/h: $t = 3$ h. A 90 km/h: $t = 2$ h. A 120 km/h: $t = 1{,}5$ h. In tutti i casi $vt = 180$ km.

12. Molla

3,0 cm = 0,030 m. Dalla legge di Hooke:

$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{7{,}5}{0{,}030} = \boxed{250\,\text{N/m}}.$$

Con $F = 12$ N:

$$\Delta l = \frac{12}{250} = 0{,}048\,\text{m} = \boxed{4{,}8\,\text{cm}}.$$

13. Analisi di dati

I prodotti valgono sempre 36: $2 \cdot 18 = 3 \cdot 12 = 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6 = 36$. È una proporzionalità inversa con $k = 36$. Per $x = 8$:

$$y = \frac{36}{8} = \boxed{4{,}5}.$$

14. Percentuali successive

$$50\,000 \cdot 1{,}12 = 56\,000,$$
$$56\,000 \cdot 0{,}90 = \boxed{50\,400}.$$

L'aumento complessivo è 400 individui, pari a

$$\frac{400}{50\,000} \cdot 100 = \boxed{0{,}8\%}.$$

15. Problema misto

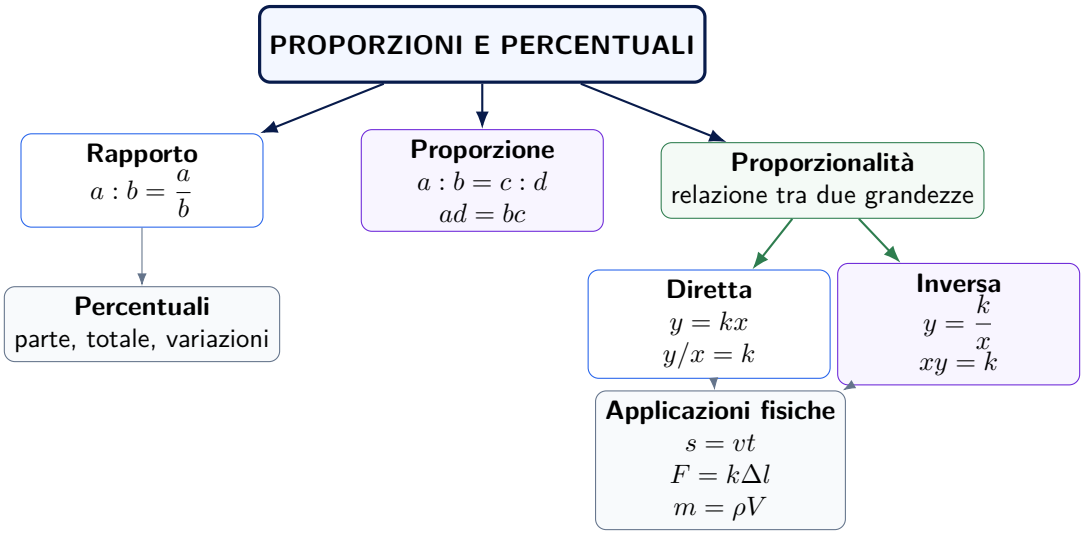
Farina per 14 porzioni:

$$450 \cdot \frac{14}{6} = 1050\,\text{g}.$$

Riduzione dell'8%:

$$1050 \cdot 0{,}92 = \boxed{966\,\text{g}}.$$

14 Mappa riassuntiva



Ricorda

Prima di impostare una proporzione, chiediti sempre quale relazione lega davvero le grandezze. La procedura algebrica è semplice; la parte più importante è costruire un modello corretto.

Ti è piaciuta questa scheda?

Sul sito trovi altre risorse gratuite di fisica e matematica: teoria, esempi, esercizi e soluzioni pensati per studiare meglio, senza perdersi tra formule scritte male e spiegazioni inutilmente complicate.

STEMPower
www.progettostempower.it
Instagram: @stem_power_